



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

混凝土结构设计原理

11 钢筋混凝土受弯构件 的应力、裂缝和变形计算

11.1 应力计算

主讲：刘杰

目录

- 1 正常使用极限状态计算特点(与承载力极限状态比)
- 2 第Ⅱ工作阶段的基本假定和计算图式
- 3 换算截面
- 4 应力验算
- 5 算例分析

1 正常使用极限状态计算特点

• 1、计算依据不同。

- 承载能力极限状态：破坏阶段末（III a）；
- 正常使用极限状态：第II阶段，即梁带缝工作阶段。

• 2、影响程度不同。

- 超过正常使用极限状态所造成的后果相对要小，因而可适当放宽对其可靠性的保证率的要求。

• 3、计算的内容不同。

- 承载能力极限状态：进行截面设计和截面复核。
- 正常使用极限状态：验算裂缝宽度和变形，要求小于规范规定的限值。

1 正常使用极限状态计算特点

承载能力 极限状态

汽车荷载应计入冲击系数；
作用效应和抗力均采用分项系数（荷载分项系数和材料分项系数）；
在多种作用效应情况下，考虑效应最不利组合。
计算时考虑结构重要性系数。

正常使用 极限状态

汽车荷载不计冲击系数；
不采用荷载和材料分项系数；
作用效应取短期效应和长期效应的一种或几种组合；
计算时不采用结构重要性系数。

2 第II工作阶段的基本假定和计算图式

• 基本假定

• 1. 平截面假定。

• 纵向纤维处的应变与到中和轴的距离成正比(见图);

• 2. 弹性体假定。

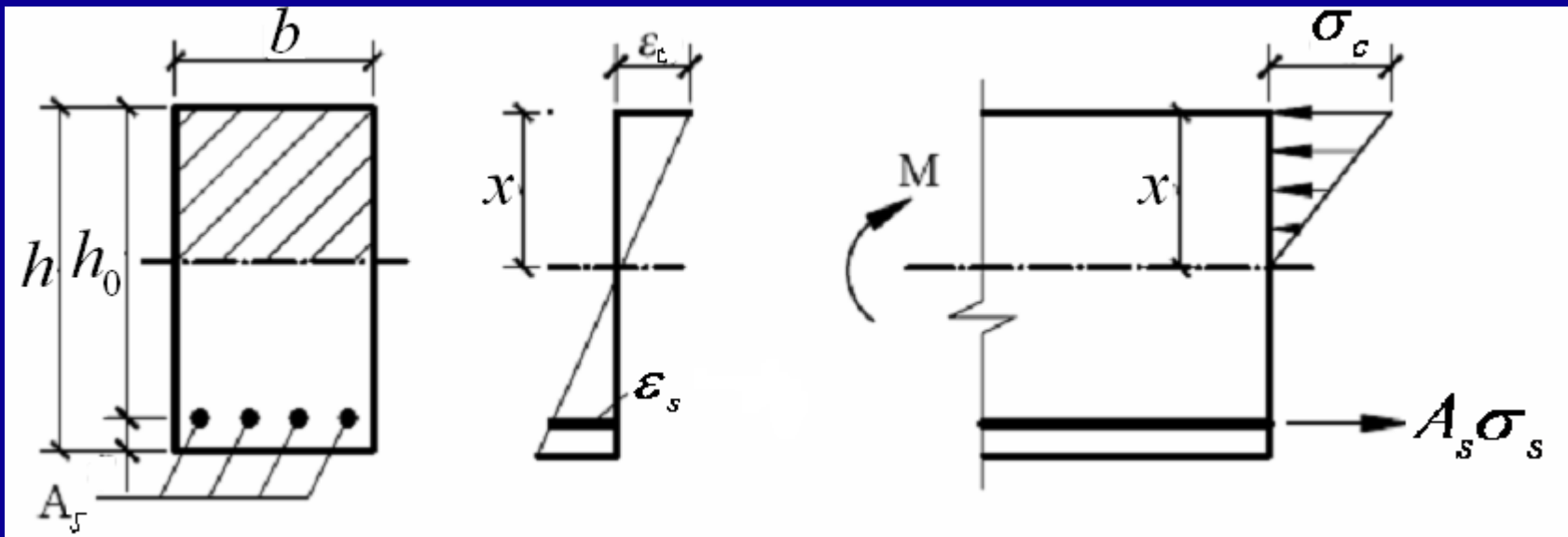
• 受压区砼应力分布近似按线性分布(见图)。

• 3. 受拉区混凝土完全不承担拉应力。

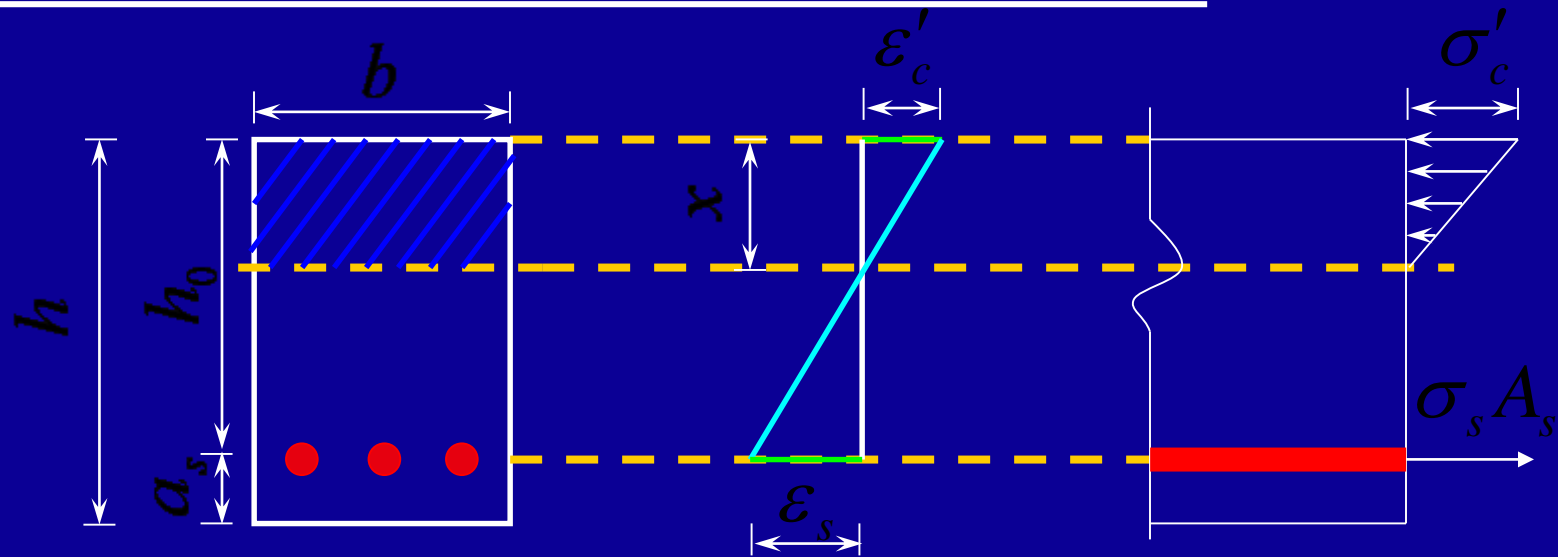
• 拉应力由钢筋承受。

2 第II工作阶段的基本假定和计算图式

• 计算图式:



3 换算截面



概念：换算成同一种材料（钢筋→混凝土）

作用：符合材料力学单一材料，求截面特性、应力

关键：求钢筋的换算面积 A_{sc}

换算原则：合力大小相等、作用位置相同

$$A_s \sigma_s = A_{sc} \sigma_c$$

3 换算截面

推导过程

$$A_s \sigma_s = A_{sc} \sigma_c$$

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_s$$

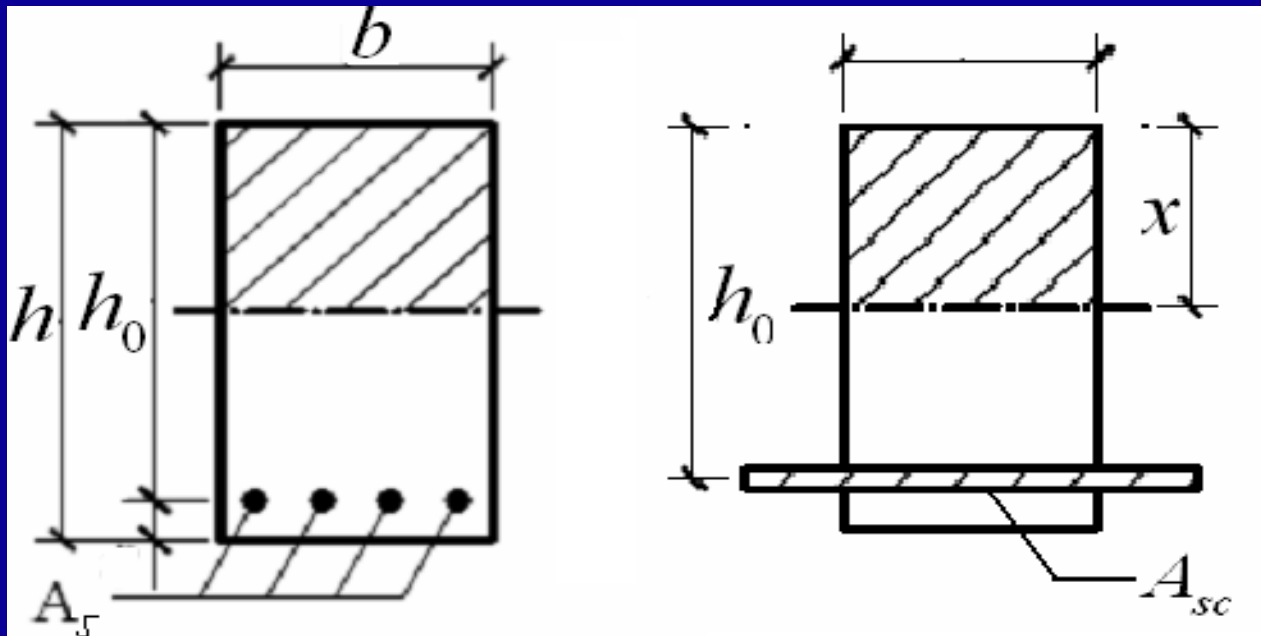
$$\sigma_c = \varepsilon_s E_c$$

$$\therefore A_{sc} = \frac{E_s}{E_c} A_s$$

$$\text{令 } \frac{E_s}{E_c} = \alpha_{Es}$$

$$\therefore A_{sc} = \alpha_{Es} A_s$$

3 换算截面



• 原截面

换算截面

3 换算截面

截面几何特性

计算截面：单筋矩形、T形截面

计算内容：面积 A_0 、静矩(S_{oc} 、 S_{ot})、惯性矩 I_{cr} 、

单筋矩形

受压区高度 x

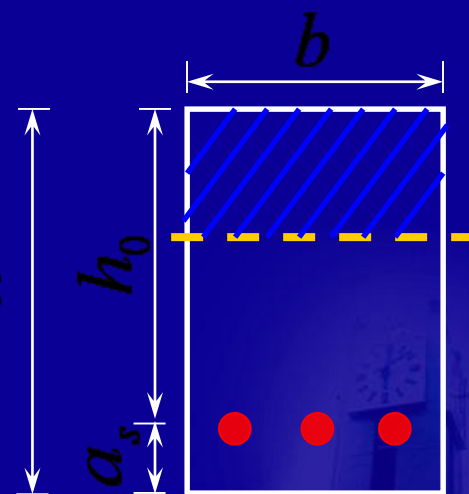
$$A_0 = bx + \alpha_{Es} A_s$$

$$S_{oc} = bx^2/2$$

$$S_{ot} = \alpha_{Es} A_s (h_0 - x) S_{oc} = S_{ot} h$$

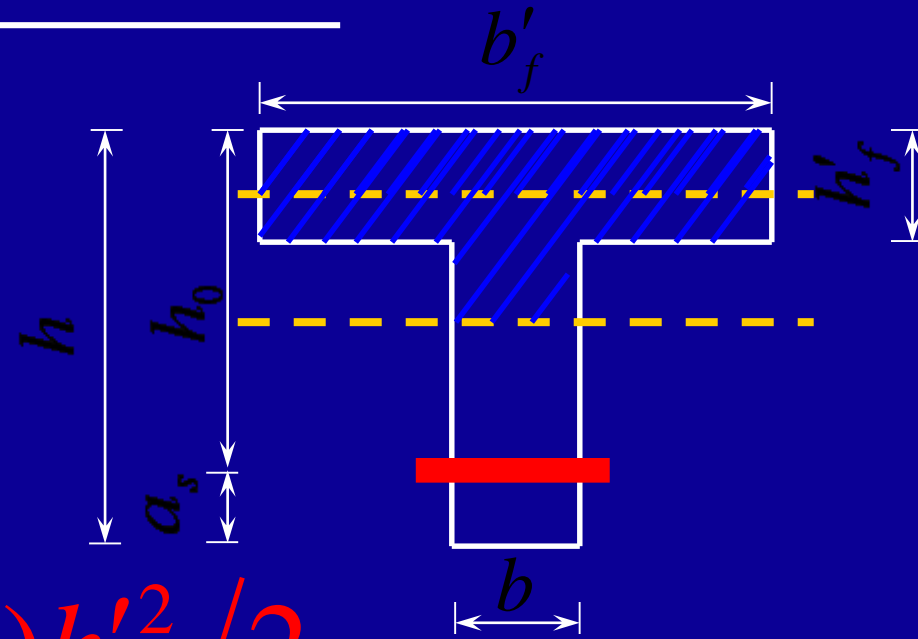
$$I_{cr} = bx^3/3 + \alpha_{Es} A_s (h_0 - x)^2 h$$

$$bx^2/2 = \alpha_{Es} A_s (h_0 - x)$$



3 换算截面

T形截面



$$S_{ot} = \alpha_{Es} A_s (h_0 - x)^2$$

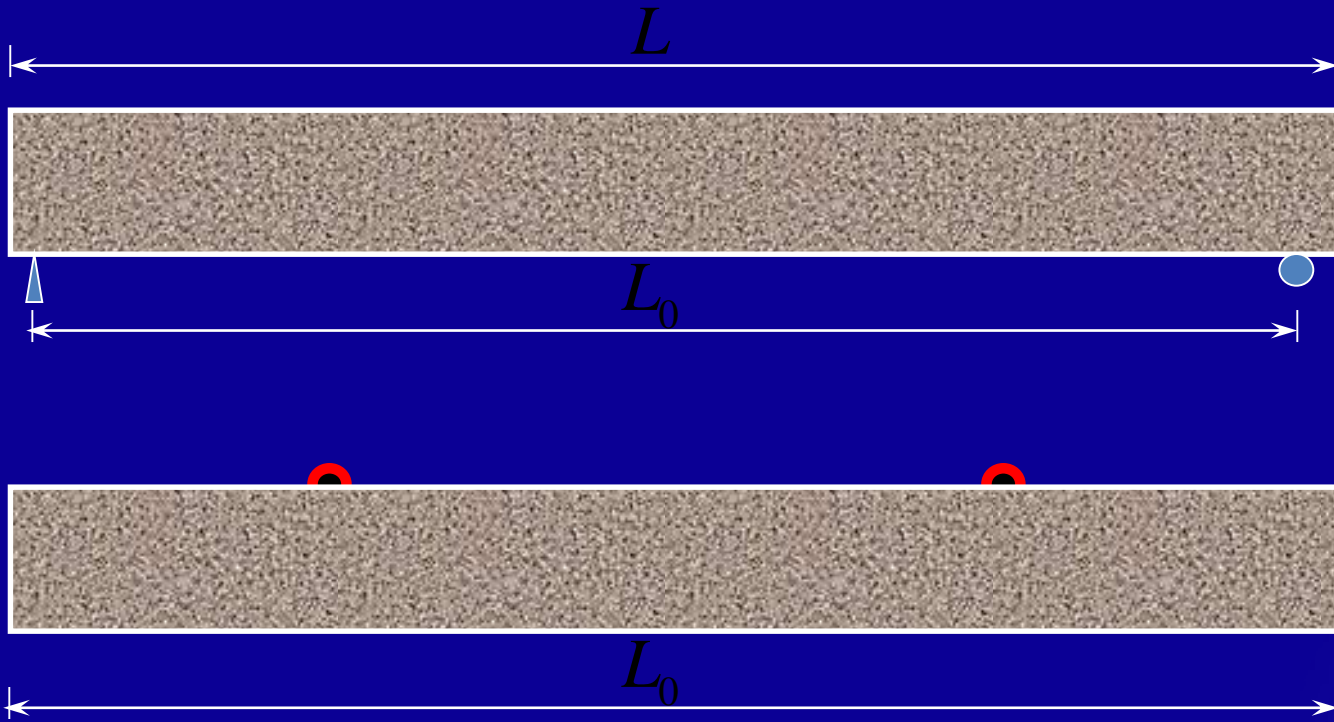
$$S_{oc} = bx^2/2 + (b'_f - b)h'_f{}^2/2$$

$$I_{cr} = bx^3/3 + (b'_f - b)h'_f{}^3/3$$

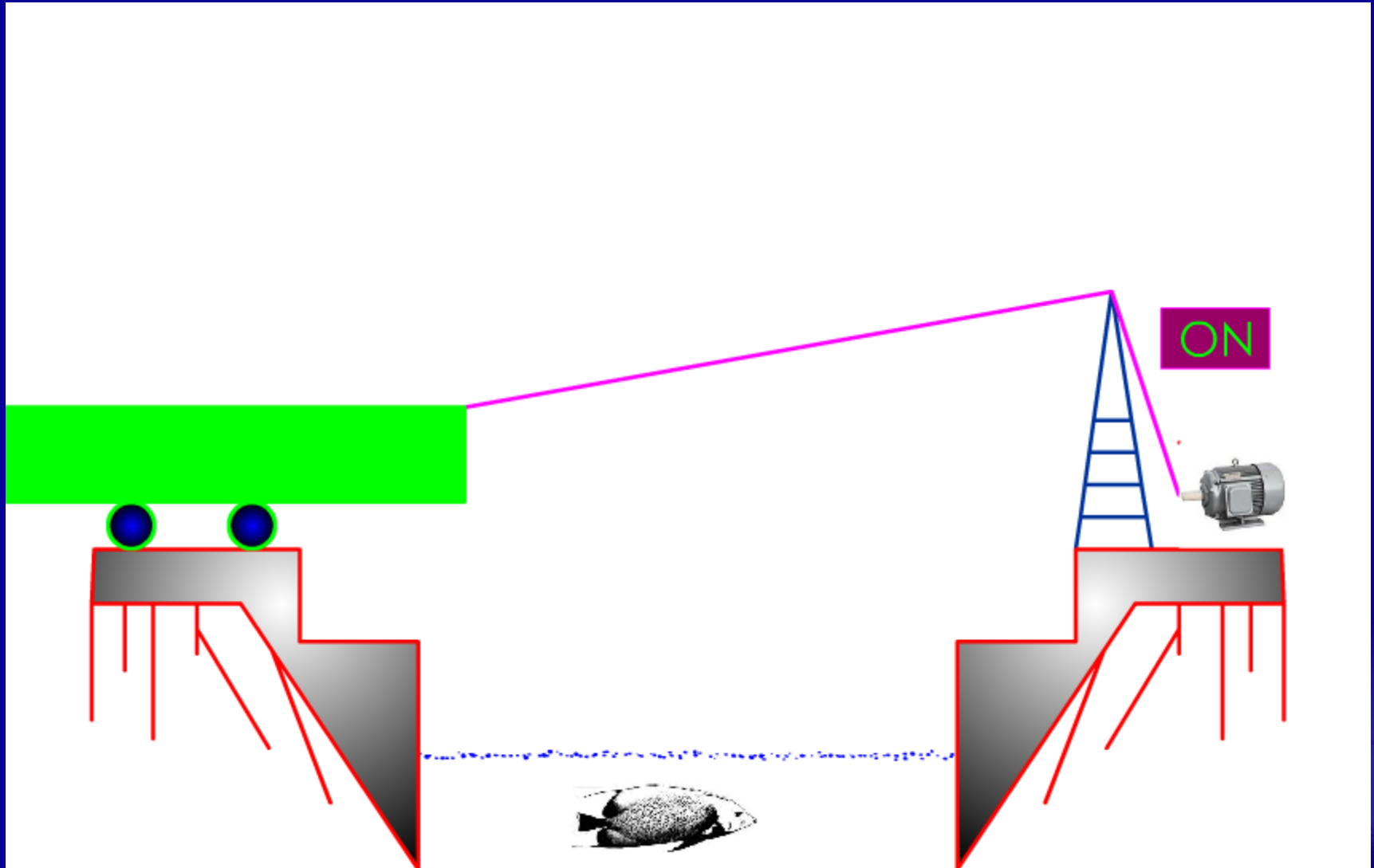
$$+ \alpha_{Es} A_s (h_0 - x)^2$$

4 应力验算

1)、原因



4 应力验算



4 应力验算



4 应力验算



4 应力验算



4 应力验算

2)、计算公式

$$S \leq C_2$$

$$\sigma_{cc}^t = \frac{M_k^t x}{I_{cr}} \leq 0.80 f'_{ck}$$

$$\sigma_{ss}^t = \alpha_{Es} \frac{M_k^t (h_0 - x)}{I_{cr}} \leq 0.75 f_{sk}$$

4 应力验算

3)、矩形截面梁正应力计算步骤

- 1) 计算受压区高度 x ;

$$x = \frac{\alpha_{E_s} A_s}{b} \left[\sqrt{1 + \frac{2bh_0}{\alpha_{E_s} A_s}} - 1 \right]$$

- 2) 计算开裂截面的换算截面惯性矩 I_{cr} ;

$$I_{cr} = \frac{1}{3}bx^3 + \alpha_{E_s}A_s(h_0 - x)^2$$

- 3) 计算截面边缘混凝土压应力和受拉钢筋拉应力;

4 应力验算

4) T形截面梁正应力计算步骤

- 1) 求 x 并判别T形截面类型

$$\frac{1}{2}b'_f x^2 = \alpha_{Es} A_s (h_0 - x) \Rightarrow x$$

$x < h'_f$, 为第1类T梁

$x > h'_f$, 第2类T梁,
重新算 x

- 2) 求 I_{cr} 。 第1类:

$$I_{cr} = \frac{1}{3}b'_f x^3 + \alpha_{Es} A_s (h_0 - x_0)^2$$

- 第2类:

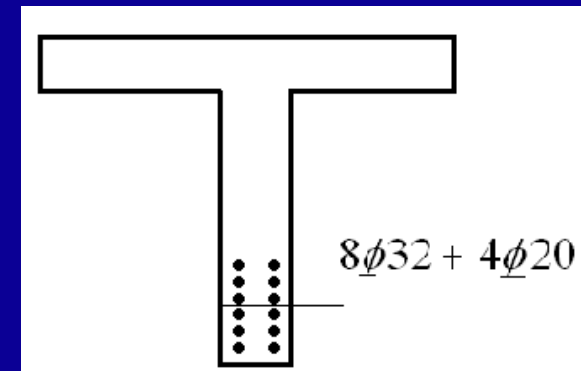
$$I_{cr} = \frac{b'_f x^3}{3} - \frac{(b'_f - b)(x - h'_f)^3}{3} + \alpha_{Es} A_s (h_0 - x)^2$$

- 3) 求截面混凝土边缘压应力和钢筋最大拉应力并比较。

当施工阶段应力验算不满足时, 应采取以下措施:
应该调整施工方法, 或者补充、调整某些钢筋。

5 算例分析

- 例题：已知装配式简支T梁（内梁），
- 梁肋间距1.6m，计算跨径 $l_0=19.5\text{m}$ ，
- 实际翼缘宽度为1580mm，
 $h_f'=110\text{mm}$ ， $h=1300\text{mm}$ ， $b=200\text{mm}$ ，
- C30，纵筋HRB335， $A_s=7691\text{mm}^2$ ，
 $a_s=114\text{mm}$ 。施工安装时，承受恒载弯矩标准值
 $M_{Gk}=491\text{kNm}$ ，施工荷载标准值 $M_{Qk}=1094\text{kNm}$ ，
安装时混凝土达到设计强度的90%。验算截面应力。



- 解：1、有效翼缘宽度计算
- $l_0/3=19500/3=6500\text{mm}$ ， $s=1600\text{mm}$ ，
- $b+2b_h+12h_f'=1520\text{mm}$ ，
- 取 $b_f'=1520\text{mm}$ 。

5 算例分析

• 2、施工时材料参数

- 混凝土立方体抗压强度 $f_{cu, k} = 0.9 \times 30 = 27 \text{MPa}$;
- 内插的 $f_{ck} = 18.06 \text{MPa}$, $E_c = 2.88 \times 10^4 \text{MPa}$, $\alpha_{Es} = 6.94$

• 3、计算换算截面几何性质

- 先计算受压区高度 x 。
- 假设为第1类梁。

$$S_{ot} = S_{oc}$$

$$\rightarrow x = 572.5 \text{mm} > h_f$$

$$\frac{1}{2} b'_f x^2 = \alpha_{Es} A_s (h_0 - x) \Rightarrow x$$

5 算例分析

- 重新按第2类T梁求x

$$A = \frac{\alpha_{Es} A_s + (b'_f - b) h'_f}{b} \quad B = \frac{2\alpha_{Es} A_s h_0 + (b'_f - b) (h'_f)^2}{b}$$

$$x = \sqrt{A^2 + B} - A$$

最后求出 $x=310.5\text{mm}$ 。



5 算例分析

- 求 I_{cr} 。
- $I_{cr} = 5.254 \times 10^{10} \text{mm}^4$
- 4、求施工时荷载标准值
- $M_k^t = M_{Gk} + M_{Qk} = 1585 \text{kNm}$
- 5、求混凝土受压边缘压应力和外层钢筋拉应力。

$$\sigma_{cc}^t = \frac{M_k^t x}{I_{cr}} = 9.37 \text{MPa} < 0.8 \times f_{ck} = 0.8 \times 18.05$$

$$\sigma_{si}^t = \alpha_{Es} \frac{M_k^t (h_{oi} - x)}{I_{cr}} = 6.94 \times \frac{1585 \times (1300 - 47.9 - 310.5)}{5.254 \times 10^{10}} = 197.4 \text{MPa}$$

$$< 0.75 f_{sk} = 0.75 \times 330 = 247.5 \text{MPa}$$